

Ignacy Szornel

Instytut Konstrukcji Przyrządów Precyzyjnych i Optycznych

ANALITYCZNA METODA MINIMALIZACJI KĄTOWEGO BŁĘDU PROWADZENIA WKŁADKI ADAPTEROWEJ

Rękopis dostarczono 23. 7. 1979

W pracy wyprowadzono nową postać funkcji błędu, której pochodna przyrównana do zera, daje obiektywną i dowolnie dokładną metodę minimalizacji kąтового błędu prowadzenia wkładki przez konwencjonalne ramię gramofonowe oraz umożliwia wyznaczenie optymalnych wartości parametrów określających jego geometrię, w przeciwieństwie do dotychczas stosowanego, nieco sztucznego kryterium dwusiecznej kąta, obejmującego ramionami dolną część krzywej błędu.

1. WSTĘP

Przyczyną powstawania kąтового błędu prowadzenia wkładki przez konwencjonalne ramię gramofonowe jest różnica między metodami zapisu i odczytu płyty dźwiękowej. Mianowicie w czasie rejestrowania sygnału rylec nacinający acetat czyli pierwszą w cyklu produkcyjnym miękką płytę lakierową przemieszcza się prostoliniowo do jej środka wzdłuż promienia. Natomiast podczas odtwarzania ramię, ułożyskowane obrotowo na zewnątrz talerza gramofonu, prowadzi wkładkę adapterową z igłą po łuku koła o promieniu równym swej długości skutecznej.

Tymczasem z wymagań odnośnie poprawnej konstrukcji ramienia wynika, że oś wzdłużna wkładki przechodząca przez ostrze igły oraz chwilowy promień wodzący punkt odczytu powinny stale

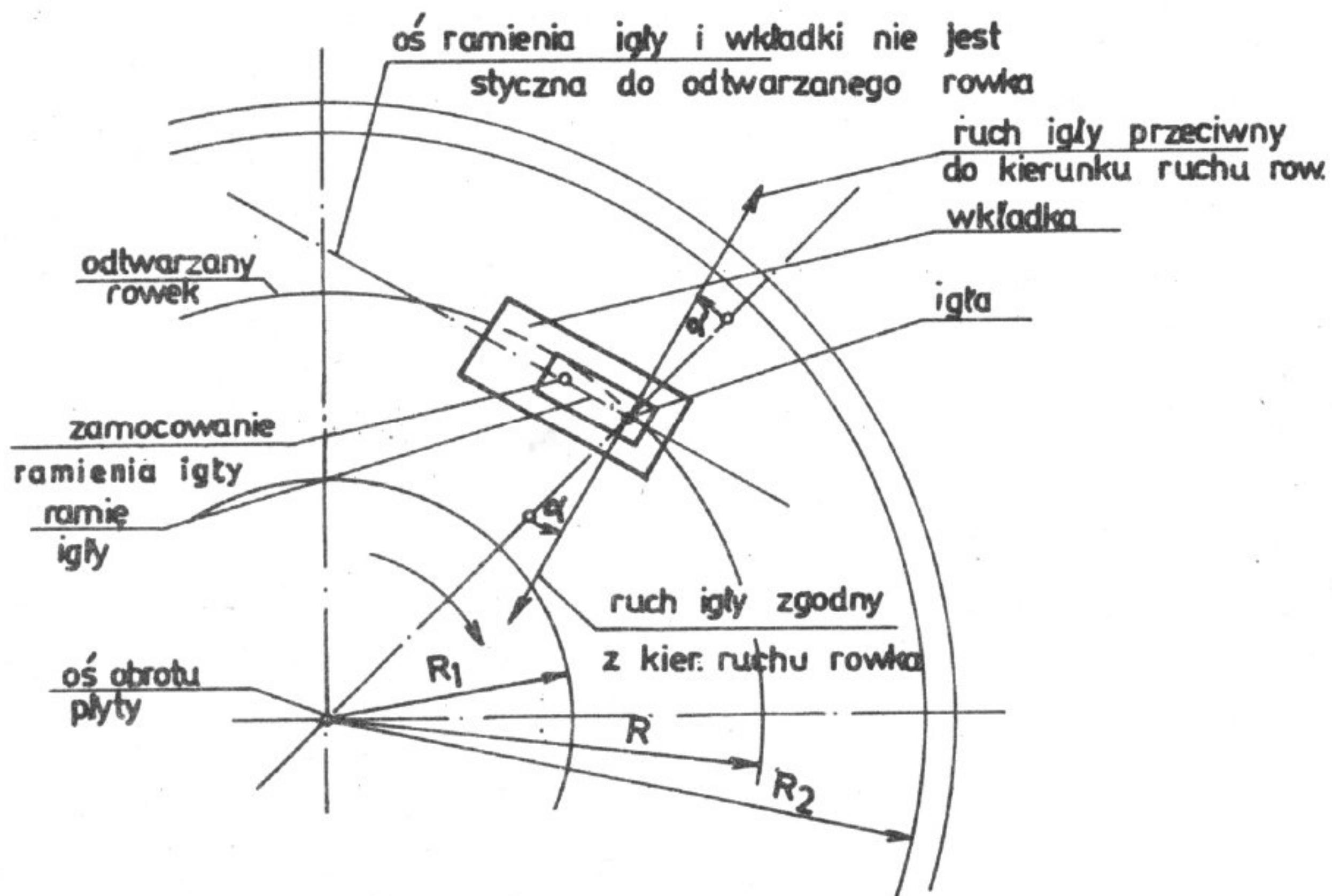
tworzyć kąt 90° . Ramię w postaci prostej belki nie spełnia tego warunku, ponieważ z jego geometrii wiadomo, że kąt błędu zeruje się na powierzchni zapisu tylko jeden raz. Natomiast podczas odtwarzania chodzi o to, aby igła dokładnie powtórzyła drgania rylca w tej samej płaszczyźnie. Wówczas zniekształcenia otrzymanego dźwięku będą najmniejsze. Ale przeszkadza temu kąt błędu, który powstaje między osią wzdłużną wkładki a styczną do rowka, podczas ruchu płyty.

Dalsze wymagania techniczne zawierają także wiele sprzeczności, które nie pozwalają na ścisłą realizację założeń teoretycznych. Dlatego rozwiązanie ramienia gramofonowego przedstawia zawsze kompromis.

2. WPŁYW KĄTOWEGO BŁĘDU PROWADZENIA WKŁADKI NA JAKOŚĆ ODTWARZANIA

Najczęściej obecnie stosowany zapis stereofoniczny - nie mówiąc o kwadrofonicznym - oprócz drgań pionowych zawiera również drgania poziome, które igła powinna powtórzyć pod właściwym kątem w stosunku do rowka dźwiękowego. Jeżeli oś wkładki i ramienia igły przestaje być styczna do spirali zapisu, to ruch ostrza już nie jest prostopadły do odtwarzanej ścieżki i wówczas modulacja rowka wychylając igłę na boki równocześnie porusza ją nieco wstecz lub w przód. A zatem w pewnym punkcie odczytu będzie ona przemieszczać się zgodnie z ruchem płyty, a pół okresu później - przeciwnie (Rys. 1).

Ruch ten wpływa zakłócająco na odtwarzanie sygnału sinusoidalnego zapisanego w rowku, wskutek czego będzie on miał zniekształcony przebieg, równoznaczny z dodaniem składowej w postaci drugiej harmonicznej [1]. Ten rodzaj zakłóceń intermodulacyjnych wytwarza efekt drżenia dźwięku w znacznie większym stopniu aniżeli inne i dlatego w wymaganiach żąda się, aby oś wzdłużna wkładki była możliwie jak najbardziej styczna do rowka na całej drodze odtwarzania, a igła drgała rzeczywiście prostopadle do odczytywanej ścieżki dźwiękowej.



Rys.1. Przypadek niepoprawnego odtwarzania

3. PRÓBY OPANOWANIA KĄTOWEGO BŁĘDU PROWADZENIA WKŁADKI

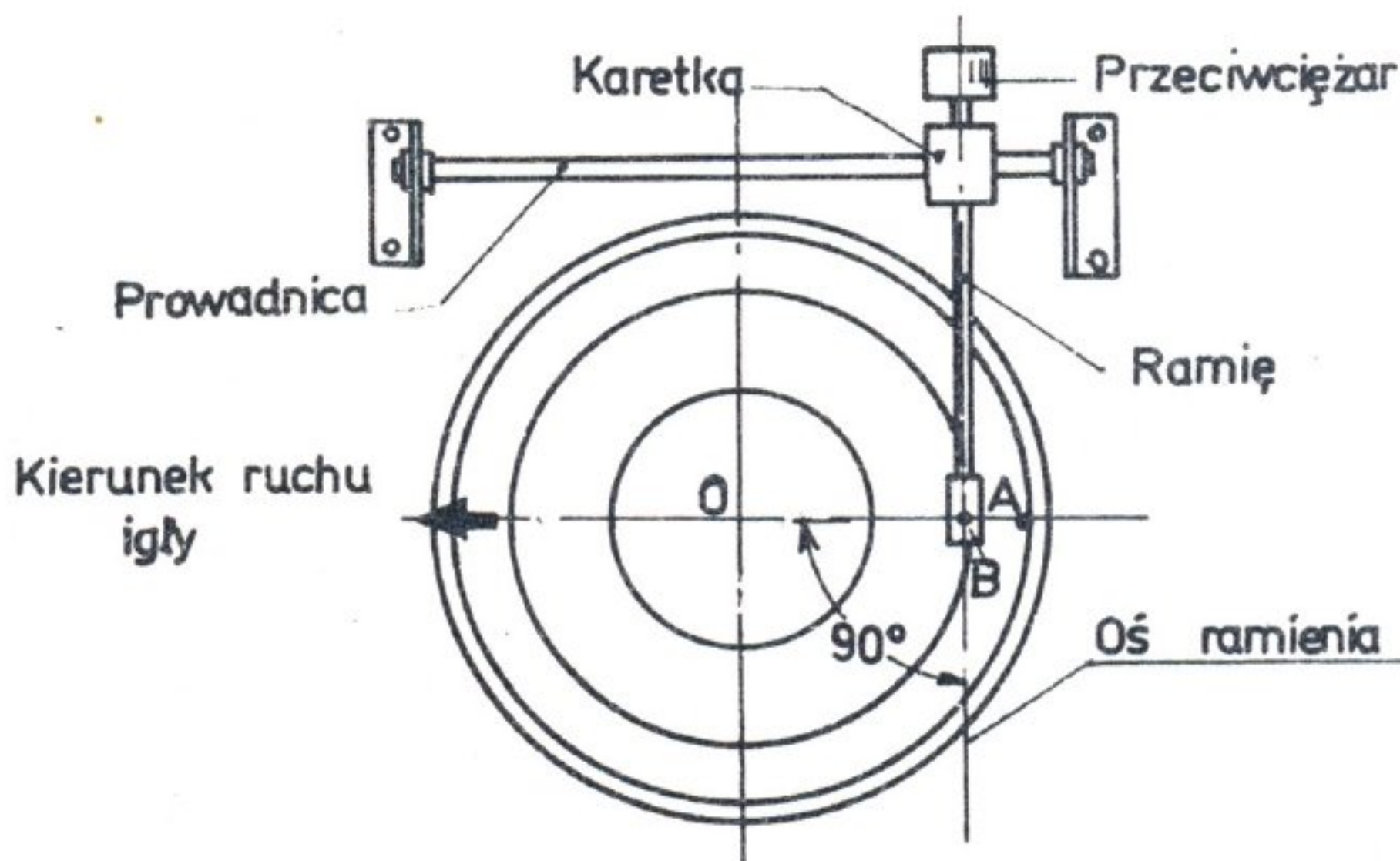
Tendencje do wyeliminowania kąтового błędu prowadzenia wkładki, który nieodwracalnie tkwi w koncepcji ramienia konwencjonalnego, spowodowały opatentowanie wielu mniej lub więcej skutecznych pomysłów.

Najprostszym sposobem służącym temu celowi jest zabieg konstrukcyjny polegający na odchyleniu swobodnego końca ramienia o kąt korekcji oraz zastosowanie dodatniego przesięgu czyli wydłużenie skutecznej długości ramienia poza środek obrotu talerza. W praktyce stosuje się tylko przesieg dodatni lub zerowy, ponieważ ujemny powoduje zwiększenie kąta błędu [2], [3].

Wskutek tego nastąpiła znaczna poprawa warunków odtwarzania, bowiem kąt błędu zmalał i bardziej równomiernie rozłożył się wzdłuż drogi odczytu, a funkcja błędu dwukrotnie osiąga wartość zerową. Ale zabieg ten spowodował wystąpienie nowego, niekorzystnego zjawiska tzw. skatingu czyli dośrodkowego po-

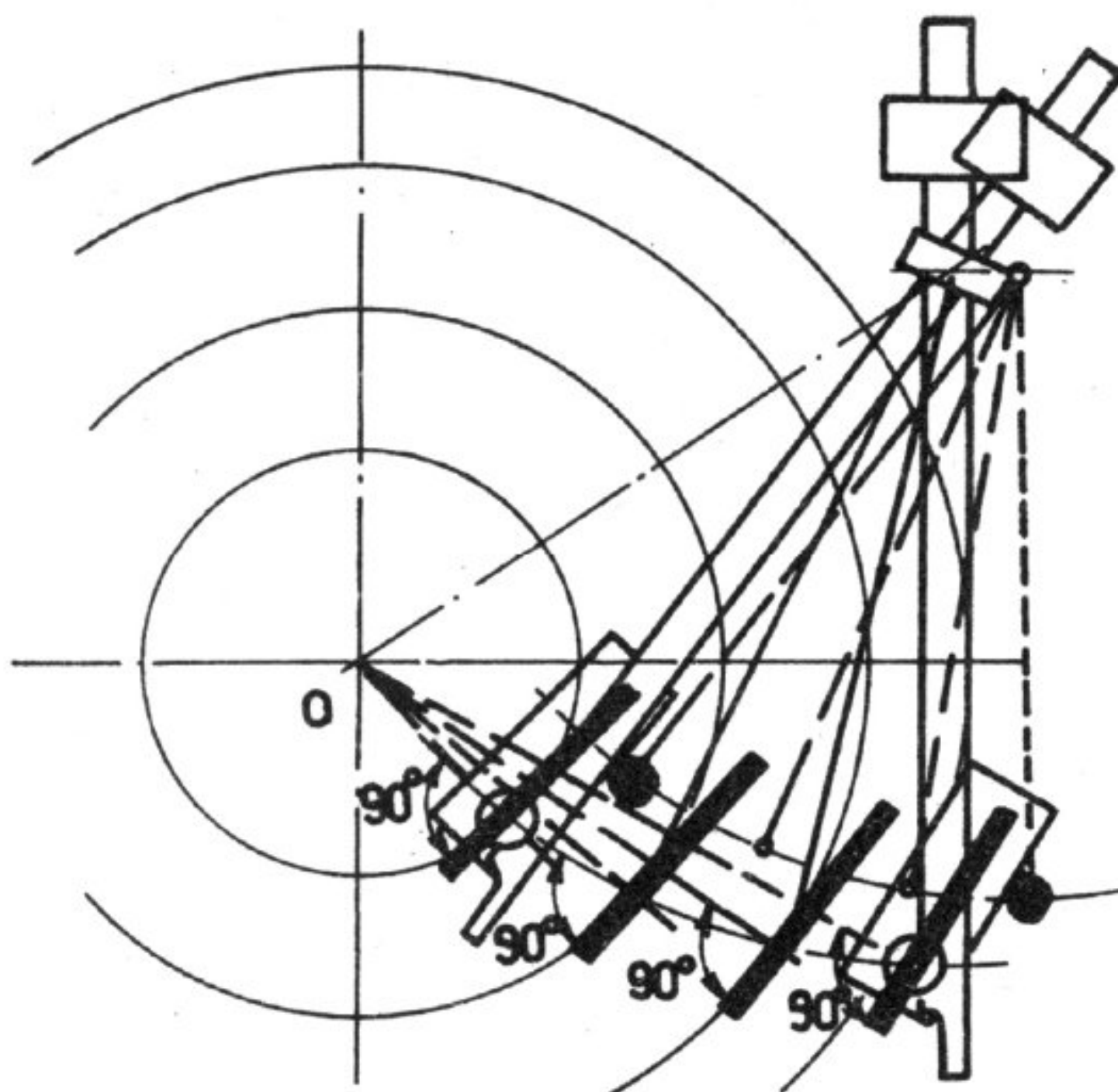
ślizgu, które polega na tym, że linia działania siły wypadkowej, powstającej na ostrzu igły podczas odtwarzania płyty, nie przechodzi przez środkowy punkt ułożyskowania ramienia, lecz mija go z boku wytwarzając dodatkowy moment, który ściąga ramię do środka i przez to powoduje szybsze zużycie wewnętrznej pobocza rowka, co jest bardzo szkodliwe - zwłaszcza dla zapisu stereofonicznego. Aby temu zapobiec, stosuje się różne urządzenia antyskatingowe, dające moment skierowany przeciwnie.

Następny sposób przedstawia ramię promieniowe czyli styczne (Rys. 2), którego idea polega na stworzeniu warunków odczytu dokładnie odpowiadających metodzie zapisu. Lecz wskutek trudności konstrukcyjnych, konieczności stosowania dodatkowego napędu karetki ramienia oraz elektronicznego układu sterowania, rozwiązanie to jest drogie, a osiągnięte efekty nie uzasadniają wysokich nakładów, ponieważ nie udało się całkowicie zlikwidować kąta błędu, który wprawdzie zmalał, ale pozostał nadal [5].



Rys.2. Ramię promieniowe

Jedną z ostatnich prób jest ramię przegubowe (Rys.3), którego pomysł wynikł z dążenia konstruktorów do wyeliminowania kąta błędu przy równoczesnym zachowaniu ułożyskowania obrotowego na zewnątrz talerza [4]. Dzięki zastosowaniu czworoboku przegubowego kąt korekcji stał się zmienny, a funkcja błędu zeruje się trzykrotnie. Wadą tego rozwiązania jest duży ciężar



Rys.3. Ramię przegubowe

zespołu ramienia i wzrost liczby członów ruchomych, co oznacza dodatkowe opory tarcia oraz możliwość powstawania drgań pasożytniczych wskutek obecności luzów. Pomimo zastosowania znacznych nakładów założonego celu nie osiągnięto, ponieważ kąt błędu pozostał. Istnieje także zjawisko skatingu, które wymaga wyposażenia ramienia w kompensator nacisku bocznego.

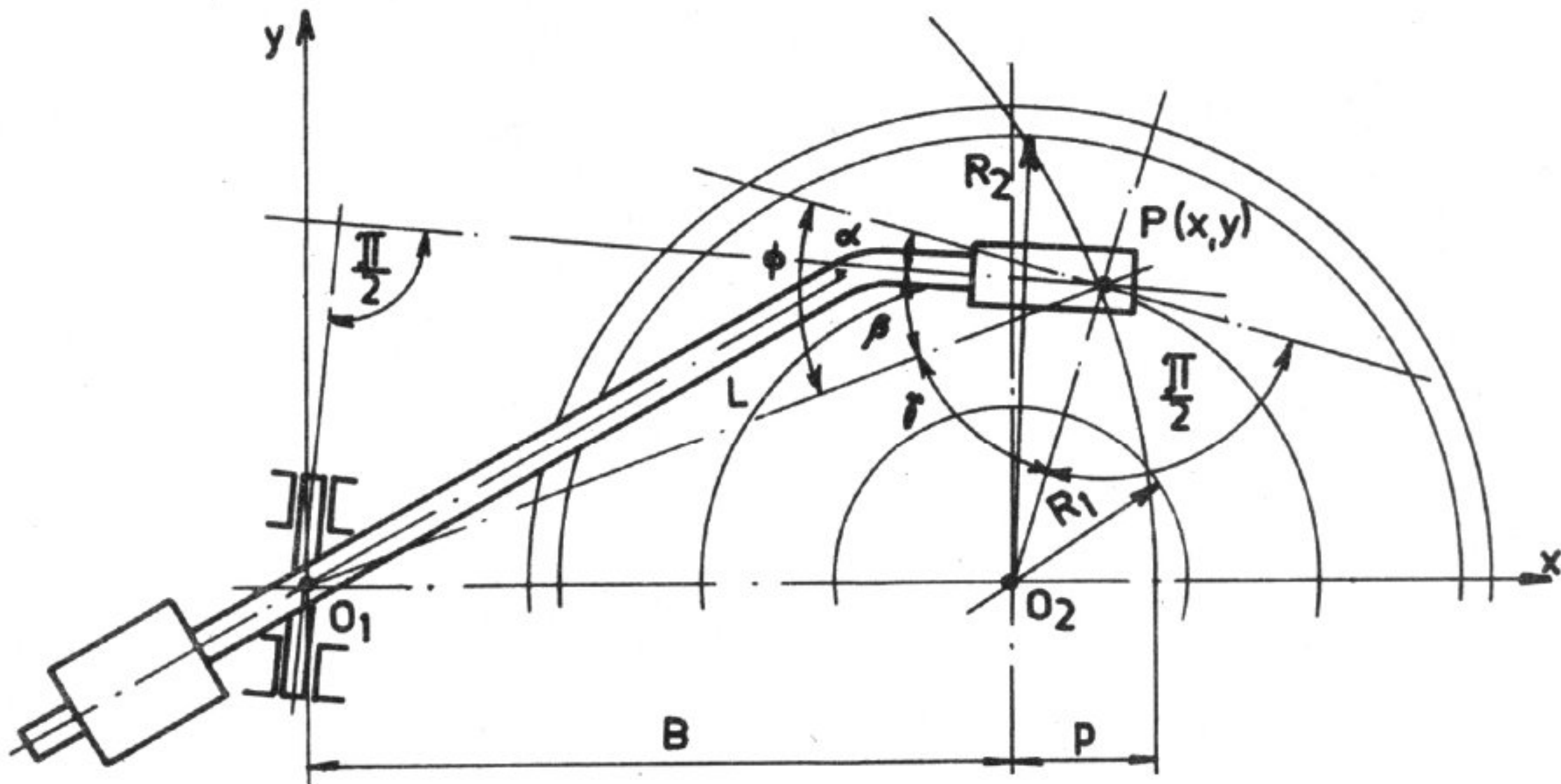
4. WYZNACZENIE KĄTA BŁĘDU POZIOMEGO PROWADZENIA WKŁADKI

Na podstawie schematu przedstawiającego geometryczne zależności konwencjonalnego ramienia gramofonowego (Rys.4) dla występujących tu kątów otrzymujemy prostą zależność wyjściową

$$\alpha = \phi - \beta , \quad (1)$$

gdzie oznaczają

- α - zmienny kąt błędu poziomego prowadzenia wkładki, zawarty między styczną do rowka a osią wzdłużną wkładki,
- ϕ - zmienny kąt zawarty pomiędzy styczną do rowka a linią skuteczną długości ramienia,
- β - stały kąt korekcji ramienia.



$$\alpha + \beta = \phi \quad ; \quad \phi + \tau = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin \phi = \frac{L^2 - B^2 + R^2}{2LR} + \frac{R}{2L}$$

$$p = L - B$$

Rys.4. Zależności geometryczne konwencjonalnego ramienia gramofonowego

Zakładając funkcję sinus i rozwijając prawą stronę (1) otrzymamy

$$\sin \alpha = \sin \Phi \cos \beta - \cos \Phi \sin \beta . \quad (2)$$

Natomiast zastosowanie twierdzenia Carnota do trójkąta O_1PO_2 daje

$$\sin \Phi = \frac{L^2 - B^2 + R^2}{2LR} , \quad (3)$$

gdzie oznaczają

R - zmienny promień wodzący punkt odczytu,

L - stała długość skuteczna ramienia,

B - stałe rozstawienie środków obrotu talerza i ramienia.

Ponieważ L i B są wielkościami stałymi, więc dla ułatwienia zapisu wprowadzamy

$$L^2 - B^2 = S^2 , \quad (4)$$

stąd

$$\sin \phi = \frac{S^2 + R^2}{2 L R} \quad (5)$$

oraz

$$\cos \phi = \sqrt{1 - \left(\frac{S^2 + R^2}{2 L R}\right)^2} \quad (6)$$

Podstawiając (5) i (6) do (2) otrzymamy funkcję kąta błędu

$$\sin \alpha = \frac{S^2 + R^2}{2 L R} \cos \beta - \sin \beta \sqrt{1 - \left(\frac{S^2 + R^2}{2 L R}\right)^2} \quad (7)$$

5. KRYTERIUM MINIMALIZACJI

Z budowy amplitudy drugiej harmonicznej [6], która ma największy udział w zakłóceniach, wynika, że zniekształcenie sygnału zależy nie tylko od samego kąta α , lecz od stosunku $\frac{\alpha}{R}$. Ponieważ kąt błędu jest bardzo mały ($\alpha < 2^\circ$), więc nie tracąc na dokładności możemy zastąpić poszukiwany stosunek

$$\frac{\alpha}{R} \approx \frac{\sin \alpha}{R} \quad (8)$$

Zależność (7) dzielimy obustronnie przez R w założeniu, że $R \neq 0$, co dla płyty gramofonowej jest oczywiste i otrzymujemy poprawnie zapisaną funkcję błędu poziomego prowadzenia wkładki

$$y = \frac{\sin \alpha}{R} = \frac{S^2 + R^2}{2 L R^2} \cos \beta - \frac{\sin \beta}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{S^2 + R^2}{2 L R}\right)^2} \quad (9)$$

Różniczkując wyrażenie (9) względem zmiennej R i przyrównując pochodną do zera otrzymujemy dwa ekstrema

$$R_{m_1} = \frac{L^2 - B^2}{\sqrt{L^2 + B^2 - 2 L B \cos \beta}} ; \quad y_{m_1} = - \frac{B - L \cos \beta}{L^2 - B^2}, \quad (10)$$

$$R_{m_2} = \frac{L^2 - B^2}{\sqrt{L^2 + B^2 + 2 L B \cos \beta}}; \quad y_{m_2} = \frac{B \cos 2\beta + L \cos \beta}{L^2 - B^2}. \quad (11)$$

Pierwsze ekstremum (10) przedstawia minimum funkcji błędu (9) na drodze odczytu, a drugie (11) odpada, ponieważ leży poza granicami przedziału użytecznego i nie spełnia technicznych warunków zagadnienia.

Obecnie jako kryterium minimalizacji stawiamy warunek równomiernego rozkładu błędu wzdłuż drogi odtwarzania tzn. żądamy, aby rzędne funkcji (9) dla zadanych odciętych R_1 i R_2 były równe rzędnej minimum, ale z przeciwnym znakiem.

Wobec tego otrzymamy dwie zależności

$$\left. \begin{aligned} \frac{S^2 + R_1^2}{2 L R_1^2} \cos \beta - \frac{\sin \beta}{R_1} \sqrt{1 - \left(\frac{S^2 + R_1^2}{2 L R_1}\right)^2} &= + \frac{B - L \cos \beta}{S^2} \\ \frac{S^2 + R_2^2}{2 L R_2^2} \cos \beta - \frac{\sin \beta}{R_2} \sqrt{1 - \left(\frac{S^2 + R_2^2}{2 L R_2}\right)^2} &= + \frac{B - L \cos \beta}{S^2} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Po pracochłonnym rozwiązaniu układu (12) dochodzimy ostatecznie do dwóch równań przedstawiających parabole

$$\left. \begin{aligned} a_1 \cos^2 \beta + b_1 \cos \beta + c_1 &= 0 \\ a_2 \cos^2 \beta + b_2 \cos \beta + c_2 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

gdzie wprowadzone współczynniki oznaczają

$$a_1 = 4 L^2 R_1^2 (2 S^4 + S^2 R_1^2 + L^2); \quad (14)$$

$$b_1 = -4 L B R_1^2 (S^4 + S^2 R_1^2 + 2 L^2 R_1^2); \quad (15)$$

$$c_1 = (S^4 + S^2 R_1^2 - 2 L^2 R_1^2)^2; \quad (16)$$

oraz

$$a_2 = 4 L^2 R_2^2 (2 S^4 + S^2 R_2^2 + L^2 R_2^2) ; \quad (17)$$

$$b_2 = - 4 L B R_2^2 (S^4 + S^2 R_2^2 + 2 L^2 R_2^2) ; \quad (18)$$

$$c_2 = (S^4 + S^2 R_2^2 - 2 L^2 R_2^2)^2 ; \quad (19)$$

Układ (13) nie daje się łatwo rozwiązać wprost. Ale z analizy matematycznej wiadomo, że mogą tu zachodzić dwa przypadki:

- 1) dwa pierwiastki wspólne,
- 2) tylko jeden pierwiastek wspólny.

Zaistnienie dwóch wspólnych pierwiastków wymaga kolejnej proporcjonalności wszystkich współczynników przy $\cos \beta$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad (20)$$

co jest niemożliwe, ponieważ w takim przypadku musiałyby być

$$R_1 = R_2 , \quad (21)$$

czyli powierzchnia zapisu na płycie nie mogłaby w ogóle istnieć.

Pozostaje zatem możliwość tylko jednego wspólnego pierwiastka. A jeżeli tak, to musi być spełniona następująca zależność wyznacznikowa

$$\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}^2 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}, \quad (22)$$

która po rozwinięciu będzie miała postać

$$(a_1 c_2 - a_2 c_1)^2 = (a_1 b_2 - a_2 b_1) \cdot (b_1 c_2 - b_2 c_1) . \quad (23)$$

6. WYZNACZENIE RÓWNANIA CHARAKTERYSTYCZNEGO PROBLEMU

Podstawiając współczynniki (14) ÷ (19) do (23) otrzymujemy równanie na S w 12 potęgze, które po wprowadzeniu niewiadomej pomocniczej

$$x = \frac{S^2}{R_1 R_2} \quad (24)$$

redukuje się do równania 6 stopnia w postaci bezwymiarowej

$$x^6 + a x^5 + b x^4 + c x^3 + d x^2 + e x + f = 0, \quad (25)$$

gdzie poszczególne współczynniki a, b, c, d, e, f są stałe i stanowią kombinacje algebraiczne dwóch podstawowych wyrażeń

$$\varrho = \frac{R_1^2 + R_2^2}{R_1 R_2} \quad (26)$$

i

$$\lambda = \frac{L^2}{R_1 R_2} \quad (27)$$

przy czym

$$a = \varrho; \quad (28)$$

$$b = 0,25 \varrho^2 + \lambda \varrho - 1; \quad (29)$$

$$c = 2 [\lambda (0,25 \varrho^2 + 2) - 0,5 \varrho]; \quad (30)$$

$$d = - [9 \lambda^2 + \lambda \varrho + 1 - 0,25 \lambda^2 \varrho^2]; \quad (31)$$

$$e = - 2 \lambda (2 \lambda \varrho + 3); \quad (32)$$

$$f = 16 \lambda^2; \quad (33)$$

Rozwiązanie równania (25) daje sześć pierwiastków. Lecz dla tego problemu ważny jest tylko jeden, mianowicie większy z dwóch rzeczywistych dodatnich - oznaczony przez x , który spełnia konstrukcyjne wymagania geometrii ramienia

$$L > B > R_2 . \quad (34)$$

Pozostałe rzeczywiste, jeden dodatni mniejszy i dwa ujemne oraz dwa zespolone odpadają, ponieważ nie spełniają technicznych warunków zagadnienia.

7. OKREŚLENIE POSZUKIWANYCH PARAMETRÓW

Skoro x zostało obliczone, to na podstawie (24) można wyznaczyć

$$S = \sqrt{x R_1 R_2} , \quad (35)$$

a następnie ze wzoru (4) rozstawienie środków obrotu talerza i ramienia

$$B = \sqrt{L^2 - S^2} = \sqrt{L^2 - x R_1 R_2} \quad (36)$$

oraz poszukiwany kąt korekcji

$$\cos \beta = \frac{1}{4} \left[\sqrt{1 - \frac{x R_1 R_2}{L^2}} \pm \sqrt{9 - \frac{x R_1 R_2}{L^2} \left(5 + 2 x \frac{R_1^2 + R_2^2}{R_1 R_2} \right)} \right] \quad (37)$$

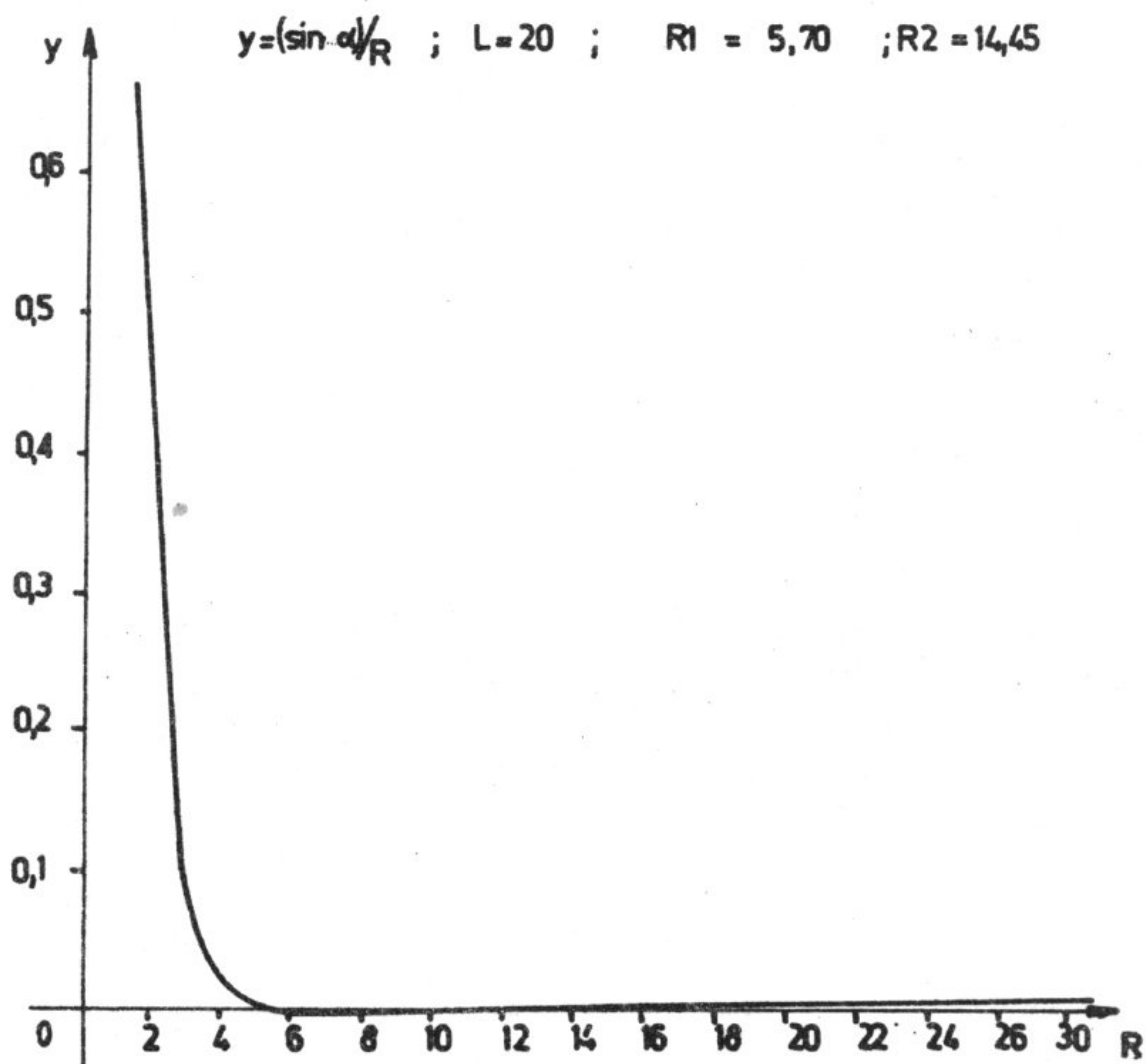
W końcu otrzymujemy ostateczną postać funkcji błędu

$$y = \frac{\sin \alpha}{R} = \frac{\cos \beta}{2 L} \left(1 + \frac{x R_1 R_2}{R^2} \right) - \frac{\sin \beta}{2 L} \sqrt{\frac{4 L^2}{R^2} - \left(1 + \frac{x R_1 R_2}{R^2} \right)^2} \quad (38)$$

oraz samego kąta błędu

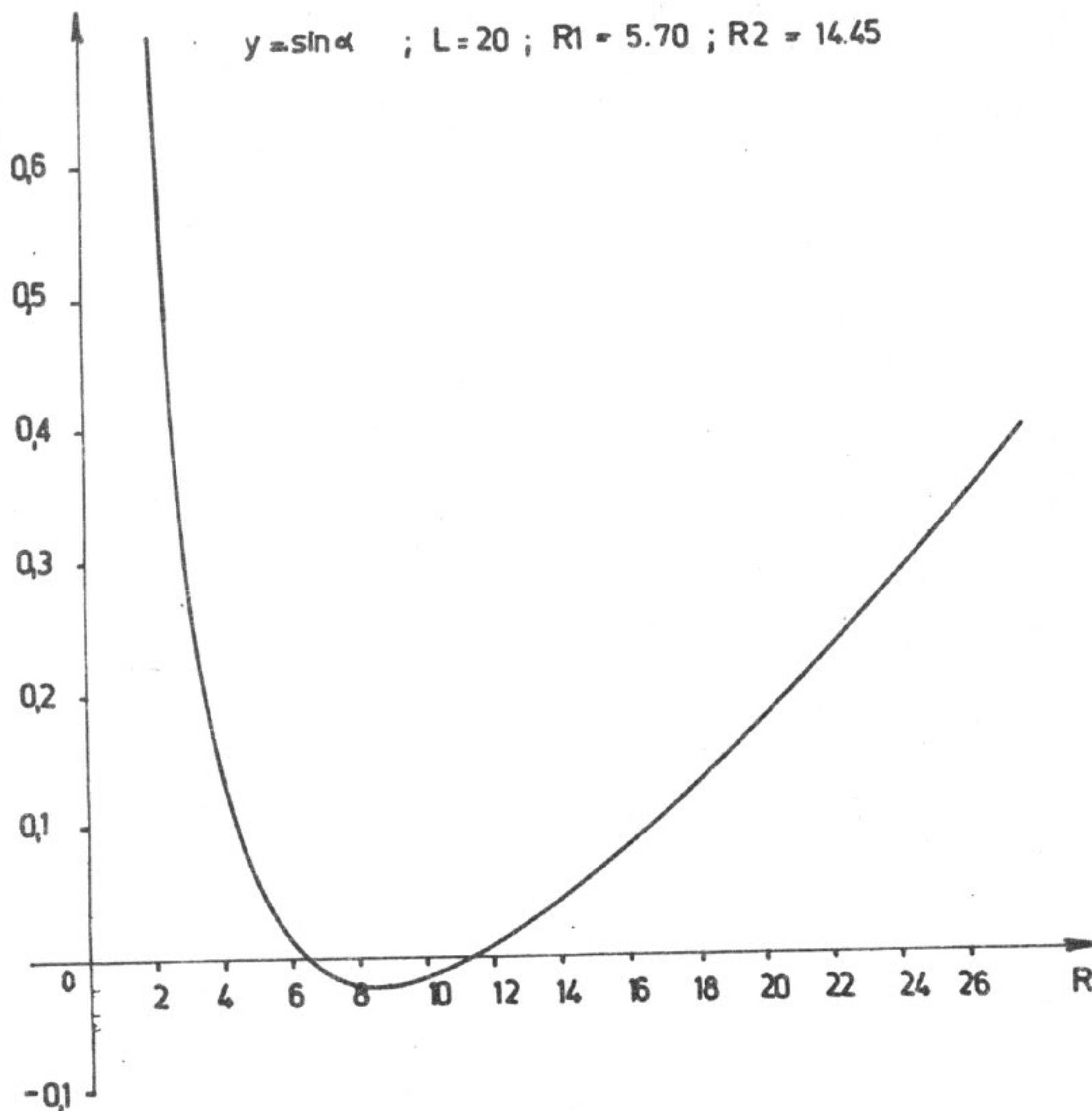
$$\sin \alpha = \frac{R^2 + x R_1 R_2}{2 L R} \cos \beta - \sin \beta \sqrt{1 - \left(\frac{R^2 + x R_1 R_2}{2 L R} \right)^2} \quad (39)$$

Równanie (25) zostało rozwiązane numerycznie na EMC, skąd otrzymano cały zbiór wyników liczbowych i wykresów dla trzech rodzajów płyt gramofonowych o średnicach: 17,5; 25,0; 30,0 cm oraz długości skutecznych ramienia w przedziale $L = 17,0 \div 25,0$ cm. Przebieg funkcji błędu (38) w przypadku $L = 20,0$ cm oraz płyty drobnorowkowej $\emptyset 30,0$ cm przedstawia wykres na rys. 5. Widoczne jest charakterystyczne spłaszczenie krzywej w dolnym zakresie. Natomiast kąt błędu (39) został pokazany na rys. 6.



Rys. 5. Wykres funkcji błędu $y = \frac{\sin \alpha}{R}$ dla typowego ramienia konwencjonalnego $L = 20,0$ cm i płyty drobnorowkowej o średnicy $\emptyset 30,0$ cm

Przykładowo konwencjonalne ramię obrotowe o skutecznej długości $L = 20,0$ cm podczas odtwarzania płyty $\emptyset 30,0$ cm daje maksymalną wartość funkcji błędu $\left(\frac{\sin \alpha}{R}\right)_m = 0,003$ rd/cm oraz maksymalny kąt błędu $\alpha_m = 0,024$ rd = $1^\circ 22' 30''$.



Rys.6. Wykres zależności kąta błędu $\sin \alpha = f(R)$ dla typowego ramienia konwencjonalnego $L = 20,0$ cm i płyty drobnotokowej o średnicy $\varnothing 30,0$ cm

W ten sposób problem poprawnej minimalizacji kąтового błędu prowadzenia wkładki adapterowej przez konwencjonalne ramię obrotowe został rozwiązany analitycznie, a otrzymane wyniki dowodzą, że to ramię chociaż tańsze, pod względem wytwarzanych odchyłek styczności wcale nie ustępuje kosztownym ramionom specjalnym typu promieniowego lub przegubowego, o ile zostało zaprojektowane optymalnie.

8. WNIOSKI

1. Analityczna metoda minimalizacji kąтового błędu prowadzenia wkładki adapterowej przez konwencjonalne ramię obrotowe, polegająca na przyrównaniu pochodnej funkcji błędu do zera, jest metodą obiektywną i dowolnie dokładną, w przeciwieństwie do nieco sztucznego kryterium dwusiecznej kąta, obejmującego ramionami dolną część krzywej błędu [1].

2. W proponowanej metodzie kątowy błąd poziomego prowadzenia wkładki został równomiernie rozłożony w trzech charakterystycznych punktach drogi odtwarzania tzn. dla obu skrajnych promieni zapisu i w minimum funkcji błędu, czego poprzednia metoda nie zapewniała.

3. Z otrzymanych wzorów wynika, że optymalne wartości kąta korekcji oraz rozstawienia środków obrotu talerza i ramienia zależą przede wszystkim od skrajnych promieni zapisu, a więc wymiarów nośnika, a nie tylko od skutecznej długości ramienia.

4. Ze względu na to, że średnice produkowanych płyt gramofonowych są różne, zatem ramię ze zminimalizowanym kątowym błędem prowadzenia wkładki, zaprojektowane dla jednego rodzaju płyt nie może odtwarzać optymalnie pozostałych.

5. Zaprojektowane optymalnie konwencjonalne ramię obrotowe daje odchyłki styczności bardzo bliskie wartościom błędów wytwarzanych przez kosztowne i kłopotliwe ramiona specjalne typu promieniowego lub przegubowego, a zatem stosowanie tych ostatnich technicznie jest nieuzasadnione.

6. Wydaje się, że przedstawiona powyżej analityczna metoda minimalizacji kąтового błędu prowadzenia wkładki powinna definitywnie zamknąć otwarty dotąd problem doboru optymalnych parametrów geometrycznych konwencjonalnego ramienia gramofonowego.

BIBLIOGRAFIA

- [1] B. B. Bauer: Tracking Angle in Phonograph Pickups. Electronics, March 1945.
- [2] W. Wegner: Tonarme für Phonogeräte. AEG-Telefunken, Technische Mitteilungen, H. 5 (1969).

- [3] J. W o j t a s : Projektowanie ramion gramofonowych. Instrukcja Nr 2. ŁZR "Fonica", czerwiec 1971.
- [4] R. L. : A propos d'un nouveau bras de lecture phonographique. Revue du Son, No 227, Mars 1972.
- [5] W. S c h u l z : Hi-Fi Plattenspieler mit Tangentialtonarm und digitaler Steuerung. Teil I/II. Funkschau, H. 1, 2 (1973).
- [6] I. S z o r n e l : Optymalizacja wymiarów geometrycznych konwencjonalnego ramienia gramofonowego. Tele-Radio, Nowe Konstrukcje, Nr 7 (1974).

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД МИНИМИЗАЦИИ УГЛОВОЙ ПОГРЕШНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ ЗВУКОСНИМАТЕЛЯ

К р а т к о е с о д е р ж а н и е

В работе выводится новый вид функции погрешности, нулевая производная которой обеспечивает объективность и произвольную точность метода минимизации угловой погрешности положения звукоснимателя, перемещаемого конвенциональным тонармом проигрывателя и обеспечивает возможность определения оптимальных значений параметров, определяющих его геометрию - в отличие от ранее используемого в некоторой степени искусственного критерия биссектрисы угла, стороны которого охватывают нижнюю часть кривой погрешности.

AN ANALYTICAL MINIMIZATION METHOD OF THE ANGULAR ERROR DUE TO THE PHONOGRAPH CARTRIDGE CARRYING

S u m m a r y

In this paper a new form of the error function has been worked out, the derivative of which after equating it to zero gives an objective and of any accuracy minimization method of the angular error due to the phonograph cartridge carrying by a conventional tone-arm and enables an optimum calculation of its geometrical parameters, on the contrary to the till now used somewhat dummy criterion of the bisectrix of an angle which enfolds in its sides the lower part of the error curve.

Recenzent: prof. dr inż. Jerzy Lipka